



COMANDO DA AERONÁUTICA
DEPARTAMENTO DE ENSINO DA AERONÁUTICA
ESCOLA PREPARATÓRIA DE CADETES DO AR

EXAME DE ADMISSÃO AO 1º ANO DO CPCAR 2010

PROVA DE MATEMÁTICA

RESOLUÇÃO

22 de AGOSTO de 2009

Transcreva o dado abaixo para o seu cartão de respostas.

VERSÃO: A

ATENÇÃO! ABRA ESTA PROVA SOMENTE APÓS RECEBER AUTORIZAÇÃO.

SR. CANDIDATO,

LEIA COM ATENÇÃO.

- 1) Este caderno contém 01 (uma) prova de **MATEMÁTICA** composta por **20** (vinte) questões objetivas. Confira se todas as questões estão impressas nessa sequência e se são perfeitamente legíveis.
- 2) Confira a “versão” da prova deste caderno e, quando o Chefe de Setor determinar, **preencha o campo “versão”, no cartão de respostas.**
- 3) Preencha correta e completamente o cartão de respostas com caneta esferográfica azul ou preta. Faça marcações fortes e assim  . Assine-o antes de iniciar a resolução da prova.
- 4) A prova terá duração de 4 (quatro) horas, acrescidas de mais 20 (vinte) minutos para preenchimento do cartão de respostas.
- 5) Somente será permitido ao candidato retirar-se do local de prova a partir da metade do tempo previsto para a resolução da mesma, ou seja, 2 (duas) horas.
- 6) O candidato que sair do local de prova antes do tempo de duração previsto **NÃO** poderá levar consigo o caderno de questões nem fazer qualquer tipo de anotação sobre questões de prova ou transcrever o seu gabarito.
- 7) O candidato que desejar levar consigo o caderno de questões deverá permanecer no recinto até o **término do tempo total de prova.**

QUANDO AUTORIZADO PELO CHEFE DO SETOR DE PROVAS, TRANSCREVA NO VERSO DO SEU CARTÃO DE RESPOSTAS, COM A SUA CALIGRAFIA USUAL, A FRASE SEGUINTE:

“O voo do homem, através de sua existência, é sustentado pelo conhecimento.”

01 - Considere os conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$ e analise as proposições abaixo, classificando-as em **(V)** verdadeiras ou **(F)** falsas.

() Se $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 6n + 3, n \in \mathbb{N}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$, então $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$

() Se $P = \mathbb{R} \cap \mathbb{N}$
 $T = (\mathbb{N}^* \cap \mathbb{Z}) \cup \mathbb{Q}$ e
 $S = \mathbb{N}^* \cup (\mathbb{Z}_+^* \cap \mathbb{Q})$,

então $P \cap T \cap S = \mathbb{Z} - \mathbb{Z}_-$.

() Se $y = \sqrt[n]{\frac{600}{25^{n+2} - 5^{2n+2}}}$ para $n \in \mathbb{N} - \{0, 1\}$, então **y** é irracional.

Marque a alternativa que apresenta a sequência correta.

- a) V - V - F c) V - F - F
 b) F - F - V d) F - V - V

RESOLUÇÃO:

(V)
 $A = \{\dots -9, -3, 3, 9, \dots\}$
 $B = \{\dots -6, -3, 0, 3, 6, \dots\}$
 $A \cup B = \{\dots -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$

(V)
 $P = \mathbb{N}$
 $T = \mathbb{N}^* \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$
 $S = \mathbb{N}^* \cup \mathbb{Z}_+^* = \mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+^*$
 $P \cap T \cap S = \mathbb{Z}_+^* = \mathbb{Z} - \mathbb{Z}_-$

(F)

$$\sqrt[n]{\frac{25 \cdot 24}{25^2 \cdot 25^n - 25 \cdot 25^n}} = \sqrt[n]{\frac{24}{25^n \cdot 25 - 25^n}} = \sqrt[n]{\frac{24}{25^n(25 - 1)}} =$$

$$= \sqrt[n]{\frac{1}{25^n}} = \frac{1}{25} \in \mathbb{Q}$$

Resposta: opção a

02 - Um número **x** de três algarismos, tal que $\sqrt{x} < 14$, tem o produto de seus algarismos igual a 24; se permutarmos os dois últimos algarismos de **x**, o número **y** assim obtido excede **x** de 18 unidades.

Com base nos dados acima, é correto afirmar que

- a) o máximo divisor comum de **y** e **x** **NÃO** é um número primo.
 b) a razão $r = \frac{x}{y}$ é tal que $r > \frac{37}{41}$
 c) **y** tem 2 divisores a mais que **x**
 d) a soma dos algarismos de **x** com os algarismos de **y** é menor que 20

RESOLUÇÃO:

$\sqrt{x} < 14 \Rightarrow x < 196 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 10\alpha + \beta = 100 + 10\alpha + \beta$
 $y = 10\beta + \alpha = 100 + 10\beta + \alpha$
 $y - x = 18 \Rightarrow 9\beta - 9\alpha = 18$
 $\boxed{\alpha = \beta - 2}$

$\begin{cases} \alpha\beta = 24 \\ \beta = \alpha + 2 \end{cases} \Rightarrow \beta^2 - 2\beta - 24 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \beta = 6 \text{ e } \alpha = 4 \Rightarrow x = 146 \text{ e } y = 164$

- a) Falso
 $\text{mdc}(164, 146) = 2$ que é primo

b) Falso
 $\frac{146}{164} = \frac{73}{82} < \frac{74}{82} \Rightarrow r < \frac{37}{41}$

c) Verdadeiro
 $D(146) = \{1, 2, 73, 146\} \Rightarrow 4$ divisores
 $D(164) = \{1, 2, 4, 41, 82, 164\} \Rightarrow 6$ divisores

d) Falso
 $1 + 4 + 6 + 1 + 6 + 4 = 22 > 20$

Resposta: opção c

03 - João pagou a metade dos $\frac{3}{5}$ do que devia.

Ao procurar o credor para quitar o restante de sua dívida, foram-lhe apresentadas duas propostas:

- 1ª) Pagar tudo à vista com 10% de desconto.
 2ª) Assumir um acréscimo de 30% para um possível pagamento parcelado.

João optou pelo pagamento à vista e gastou exatamente 945 reais para quitar o restante da dívida.

Caso optasse pela 2ª proposta, João teria gasto a mais um valor em reais compreendido entre

- a) 390 e 410 c) 430 e 450
 b) 410 e 430 d) 450 e 470

RESOLUÇÃO:

Pagou: $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

Deve: $\frac{7}{10}$

1ª proposta: $\frac{7}{10} \times \frac{90}{100} = \frac{63}{100} = 63\%$

$63\% \rightarrow 945 \text{ reais} \Rightarrow d = \frac{100 \times 945}{63} = 100 \times 15 = 1500 (\text{dívida})$
 $100\% \rightarrow d$

$\frac{7}{10} \times 1500 = 1050 \text{ reais}$

$30\% \text{ de } 1050 \rightarrow 315 \text{ reais} \Rightarrow 2^\text{a} \text{ proposta : } 1365 \text{ reais} -$

$\frac{1^\text{a} \text{ proposta : } 945 \text{ reais}}{\text{diferença : } 420 \text{ reais}}$

RESPOSTA: opção b

04 - Nos preparativos da festa de 60 anos da EPCAR, um grupo A composto de 6 soldados, trabalhando 6 horas por dia, contava com o prazo de 7 dias para aparar a grama dos jardins, utilizando todos os componentes o mesmo tipo de equipamento.

Já que outros setores da Escola necessitavam também de reparos, ao final do 5º dia, quando apenas 75% do gramado estava cortado, alguns soldados foram remanejados e um novo grupo B se formou.

Esse grupo B, cuja quantidade de soldados correspondia a $\frac{1}{3}$ do grupo A, dispôs-se a acabar de aparar a grama dos jardins, aumentando a carga horária diária em $33\frac{1}{3}\%$ e utilizando equipamentos duas vezes mais produtivo.

Supondo que todos os equipamentos tiveram perfeito funcionamento aproveitando sua capacidade máxima, é correto afirmar que o grupo B concluiu a tarefa

- a) após o prazo previsto de sete dias.
 b) em dez horas de trabalho.
 c) em oito horas de trabalho.
 d) um dia antes do prazo previsto.

RESOLUÇÃO:

$$75\% \rightarrow \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} \text{ de } 6 = 2 \text{ soldados}$$

$$100 \rightarrow \frac{100}{3}$$

$$6h \rightarrow y \Rightarrow y = 2h \text{ (acrécimo)}$$

$$6h + 2h = 8h$$

GRUPO	SOLDADOS	h/dia	dias	gramado	equipamento com produtividade
A	6 ↑	6 ↑	5 ↓	3/4 ↓	1 ↑
B	2 ↓	8 ↓	x ↓	1/4 ↓	3 ↓

$$\frac{2 \times 8 \times 3 \times 3}{6 \times 6 \times 1 \times 1} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \text{ (dias de 8 horas)}$$

$$1\frac{1}{4} \text{ dia} = 8 \text{ horas} + 2 \text{ horas} = 10 \text{ horas}$$

Resposta: opção b

- 05 - Pedro colocou um terreno a venda visando um lucro de 20% sobre o preço de custo. Tendo em vista que a crise financeira atual dificultou a transação, ele resolveu fazer a venda em duas etapas:

1ª etapa: Vendeu $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3}$ do terreno reduzindo a taxa de lucro à metade e recebeu R\$ 44 000,00 pelo negócio.

2ª etapa: Vendeu o restante do terreno e conseguiu o lucro de 20% sobre o custo desta parte.

Analisando os fatos acima, conclui-se que Pedro

- havia pago pelo terreno todo menos de R\$ 90 000,00
- recebeu, no total, menos de R\$ 110 000,00
- teve uma redução de 5 mil reais no lucro total pretendido.
- teve um lucro real de 16% sobre o preço de custo.

RESOLUÇÃO:

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \left(1 + \frac{10}{100} \right) \rightarrow 44\,000$$

$$1 \rightarrow x$$

$$\frac{22}{50} \rightarrow 44\,000 \Rightarrow x = 100\,000 \text{ (custo)}$$

$$1 \rightarrow x$$

$$\frac{2}{5} \cdot 100\,000 = 40\,000$$

$$\frac{3}{5} \cdot 100\,000 = 60\,000$$

Fração vendida	custo	lucro	venda
2/5	40 000	4 000	44 000
3/5	60 000	12 000	72 000
Totais	100 000	16 000	116 000

- Falso.
Pagou 100 000
- Falso.
 $116\,000 > 110\,000$
- Falso.
 $10\% \text{ de } 40\,000 = 4\,000$
- Verdadeiro.
 $16\% \text{ de } 100\,000 = 16\,000$

Resposta: opção d

- 06 - Um estudante, preparando-se para o Exame de Admissão ao CPCAR, resolveu todas as N questões de uma prova. Ele acertou 8 das 18 primeiras e acertou $\frac{5}{6}$ das restantes.

Sabe-se que o estudante acertou 75% do total de questões da prova.

A quantidade de questões que ele errou nessa prova é um número compreendido entre

- 5 e 10
- 10 e 15
- 15 e 20
- 20 e 25

RESOLUÇÃO:

$$8 + \frac{5}{6}(N - 18) = 0,75N \Rightarrow N = 84$$

$$\text{acertou: } 8 + \frac{5}{6}(84 - 18) = 63$$

$$\text{errou: } 84 - 63 = \boxed{21}$$

Resposta: opção d

- 07 - Analise as expressões abaixo.

$$A = \sqrt[3]{\frac{(0,005)^2 \cdot (0,000075)}{10}}$$

$$B = - \left[\frac{(5 \cdot 10^{-4}) \cdot (2^{-1/3})}{3^{-1/3}} \right]$$

Marque a resposta correta.

- $A + B > 0$
- $A \cdot B = -1$
- $\frac{A}{B} = -1$
- $A^{-1} = B$

RESOLUÇÃO:

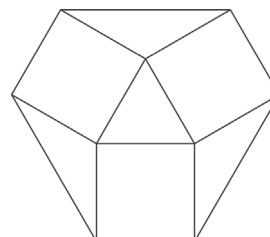
$$A = \sqrt[3]{\frac{5^2 \times 10^{-6} \times 3 \times 5^2 \times 10^{-6}}{10}} = 5 \times 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{15}{10}} = \boxed{5 \times 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{(5 \times 10^{-4}) \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \right)}{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}} = \left(5 \times 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \right)$$

- Falsa.
 $A + B = 0$
- Falsa.
 $A \cdot B \neq -1$
- Verdadeira.
- Falsa.
 $A \cdot B \neq 1$

Resposta: opção c

- 08 - A figura plana abaixo representa o logotipo de uma empresa. Ele foi projetado a partir de um triângulo equilátero central, cujo perímetro mede 0,30 m. Expandiu-se o desenho, acoplando em cada lado desse triângulo um quadrado. Para fechar a figura, foram traçados 3 segmentos retilíneos, completando assim o logotipo.



Nos preparativos para a Copa do Mundo de 2010, esse logotipo

será pintado com tintas de mesma qualidade e textura, a saber:

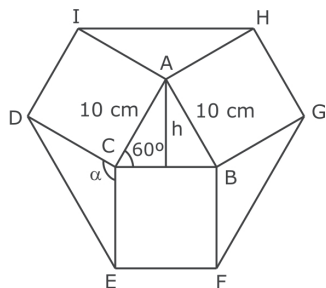
- o triângulo central, na cor branca;
- os demais triângulos, na cor verde;
- os quadrados, na cor amarela.

Sabe-se que cada figura será pintada apenas uma vez e que cada mililitro de tinta cobre 1 cm^2 de área.

Considere $\sqrt{3} = 1,74$ e marque a alternativa correta.

- O consumo total de tinta será de mais de meio litro.
- As áreas branca e verde juntas equivalem a 58% da área amarela.
- O consumo de tinta amarela será o dobro do consumo de tinta verde.
- A área branca corresponde a 30% da área verde.

RESOLUÇÃO:

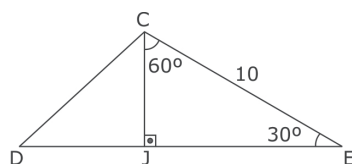


I) $0,30 \text{ m} = 30 \text{ cm}$

$$S_{\text{branca}} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{branca}} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

II) $\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



$$CJ = 5 \text{ e } JE = 5\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta DCE} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{verde}} = 75\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

III) $S_{\text{amarela}} = 300 \text{ cm}^2$

a) Falsa.

$$25\sqrt{3} + 75\sqrt{3} + 300 = 474 \text{ cm}^2$$

$$474 \text{ cm}^2 \rightarrow 474 \text{ ml} = 0,474 \text{ l} < 0,5 \text{ l}$$

b) Verdadeira.

$$100\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 174 \text{ cm}^2$$

$$\frac{174}{300} = \frac{58}{100}$$

c) Falsa.

$$300 \neq 75 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}$$

d) Falsa.

$$\frac{25\sqrt{3}}{75\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \neq \frac{30}{100}$$

Resposta: opção b

09 - Um pintor foi contratado para pintar a fachada do prédio do Comando da EPCAR, em decorrência das comemorações do seu sexagésimo aniversário.

Esse pintor cobra um valor fixo de 30 reais e mais uma quantia que depende da área pintada.

A tabela seguinte indica o orçamento apresentado pelo pintor.

Área x pintada (em m^2)	Total y a pagar pela pintura (em reais) incluindo a parcela fixa
5	40
10	50
15	60
20	70
30	90
40	110

Com base nos dados acima, classifique em **(V)** verdadeiro ou **(F)** falso cada item abaixo.

- O pintor cobra 30 reais mais 3 reais pelo metro quadrado pintado.
- Se foram pagos pela pintura 530 reais, então a área pintada foi de 250 m^2
- Pela pintura de uma área correspondente a 150 m^2 seria cobrado menos de 300 reais.

Tem-se a sequência correta em

- V - F - F
- V - F - V
- F - V - F
- F - F - V

RESOLUÇÃO:

De acordo com a informação

"Esse pintor cobra um valor fixo de 30 reais e mais uma quantia que depende da área pintada.", podemos montar a seguinte tabela:

VALOR FIXO (R\$)	VALOR COBRADO PELA ÁREA X PINTADA (m^2)	ÁREA X PINTADA (m^2)	VALOR COBRADO POR m^2 PINTADO (R\$)
30	10	5	2
30	20	10	2
30	30	15	2
30	40	20	2
30	60	30	2
30	80	40	2

Assim, podemos afirmar:

(F) O pintor cobra 30 reais mais 2 reais pelo metro quadrado pintado

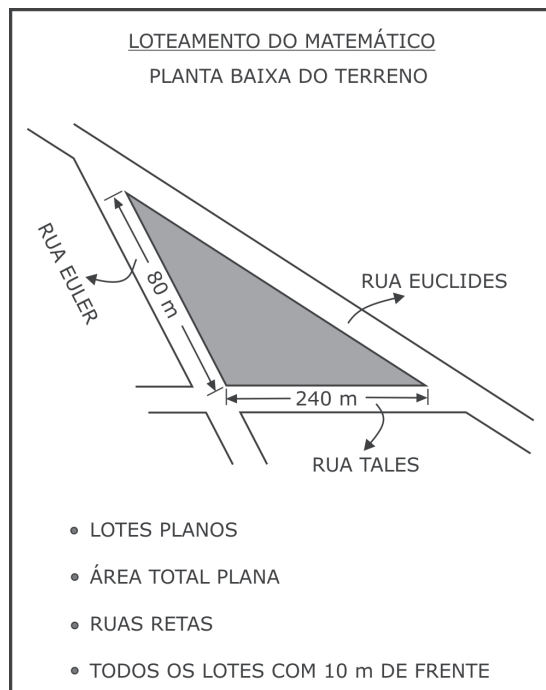
VALOR FIXO (R\$)	VALOR COBRADO PELA ÁREA X PINTADA (m^2)	ÁREA X PINTADA (m^2)	VALOR COBRADO POR m^2 PINTADO (R\$)
30	500	250	2
30	300	150	2

$$500 \div 2 = 250 \text{ m}^2$$

$$150 \cdot 2 = 300 + 30 = 330 \text{ reais}$$

Resposta: opção c

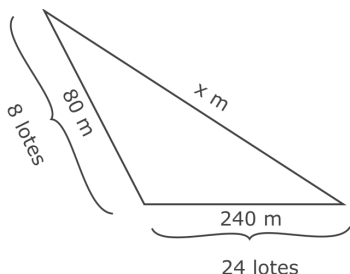
10 - Uma empresa imobiliária colocou num *outdoor* de uma cidade do interior de Minas Gerais o anúncio como reproduzido abaixo.



Considerando que o terreno loteado é em forma de triângulo, como no desenho acima, onde as ruas Tales e Euler cruzam-se sob ângulo obtuso, é correto afirmar que os números MÍNIMO e MÁXIMO de lotes no Loteamento do Matemático são, respectivamente, iguais a

- a) 56 e 63 c) 57 e 63
b) 57 e 64 d) 48 e 64

RESOLUÇÃO:



I) $x > 240$ (maior lado)
II) $240 - 80 < x < 240 + 80$
 $160 < x < 320$
Logo: $240 < x < 320$

$$\text{Se } x = 240: \frac{80}{10} + \frac{240}{10} + \frac{240}{10} = 56 \text{ lotes}$$

$$\text{Se } x = 320: \frac{80}{10} + \frac{240}{10} + \frac{320}{10} = 64 \text{ lotes}$$

$56 < n^\circ \text{ de lotes} < 64$
mínimo = 57
máximo = 63

Resposta: opção c

11 - Considere os números reais a , b e x tais que
 $a + b = x$
 $a - b = x^{-1}$
 $a \neq b \neq 0$

O valor da expressão $Y = \frac{(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)}{(a^2 - b^2)(a^2 + ab + b^2)} \cdot \left(\frac{a^2 - ab}{2a} \right)$ é

- a) 2 c) x^2
b) $2x^2$ d) $\frac{x^2}{2}$

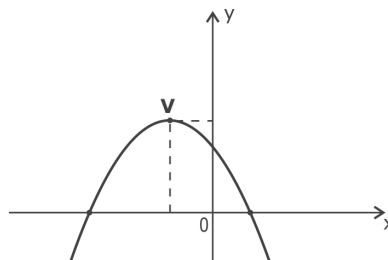
RESOLUÇÃO:

$$y = \frac{(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)}{(a^2 - b^2)(a^2 + ab + b^2)} \cdot \left(\frac{a^2 - ab}{2a} \right) = \frac{(a+b)^2(a^3 - b^3)}{(a+b)(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \cdot \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

$$y = \frac{(a+b)^2(a^3 - b^3)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \cdot \left(\frac{a-b}{2} \right) = \frac{2(a+b)}{a-b} = \frac{2x}{\frac{1}{x}} = \boxed{2x^2}$$

Resposta: opção b

12 - Seja f a função real definida por $f(x) = ax^2 - bx + c$ e V , o vértice da parábola representada graficamente por



Após a análise gráfica, assinale a alternativa **INCORRETA**.

- a) $a \cdot b \cdot c^2 < 0$ c) $a^2 + bc > 0$
b) $\frac{ab^2}{c} < 0$ d) $bc - a < 0$

RESOLUÇÃO:

- $a < 0$ (concavidade voltada para baixo)
- $x_V < 0 \Rightarrow \frac{-(-b)}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$
- $f(0) = c \Rightarrow c > 0$

Resposta: opção d

13 - A média aritmética das raízes da equação $\sqrt{a+x} = \sqrt{a} + \sqrt{a-x}$, na incógnita x , $a \in \mathbb{R}_+^*$ é um número

- a) irracional positivo. c) múltiplo de 12
b) primo ímpar. d) divisor par de 30

RESOLUÇÃO:

$$\sqrt{a+x} = \sqrt{a} + \sqrt{a-x}$$

$$(\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x})^2 = (\sqrt{a})^2$$

$$a+x - 2\sqrt{a^2-x^2} + a-x = a$$

$$4(a^2 - x^2) = a^2$$

$$4x^2 = 3a^2$$

$$x = \pm \frac{a\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{são valores que satisfazem a equação.}$$

$$\text{Logo } S = \left\{ -\frac{a\sqrt{3}}{2}, \frac{a\sqrt{3}}{2} \right\}$$

média das raízes = 0

Resposta: opção c

14 - Se as 156 camas de um dormitório forem distribuídas em x fileiras horizontais iguais, contendo y camas cada, sobrarão 6 camas.

Se as mesmas 156 camas forem distribuídas em $(x+5)$ fileiras horizontais iguais, contendo $(y-1)$ camas cada, ainda continuarão sobrando 6 camas.

Então, $(x+y)$ é igual a

- a) 31 c) 29
b) 30 d) 28

RESOLUÇÃO:

$$\begin{cases} (x \cdot y) + 6 = 156 \Rightarrow x \cdot y = 150 \text{ (I)} \\ (x+5) \cdot (y-1) = 150 \Rightarrow xy + 5y - x - 5 = 150 \Rightarrow x = 5y \text{ (II)} \end{cases}$$

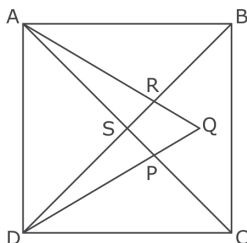
$$\text{(II) em (I): } y^2 - y - 30 = 0 \Rightarrow y = 6 \text{ ou } y = -5 \text{ (não convém)}$$

$$\text{se } y = 6 \Rightarrow x = 25$$

$$\text{Logo: } x + y = \boxed{31}$$

Resposta: opção a

15 - Na figura abaixo, ABCD é um quadrado e ADQ é um triângulo equilátero.



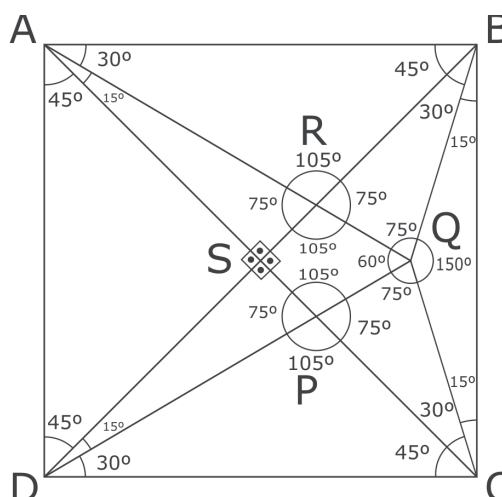
Os pontos D, S, R e B estão alinhados assim como A, S, P e C

Se $RB \equiv QB \equiv PC \equiv QC$, então é **INCORRETO** afirmar que

- a) nos triângulos CBQ e SAR tem-se $\widehat{SAR} \neq \widehat{CBQ}$
b) nos triângulos BQD, ARB e AQD tem-se $\widehat{BQD} + \widehat{ARB} = 4(\widehat{AQD})$
c) a soma dos ângulos $\widehat{DPC}$ e $\widehat{ASD}$ dos triângulos DPC e ASD é maior do que o ângulo $\widehat{BQC}$ do triângulo BQC
d) nos triângulos SAR e PCQ tem-se $\widehat{SRA} - \widehat{CPQ} = 0$

RESOLUÇÃO:

Na figura, temos:



Analisando as alternativas, temos

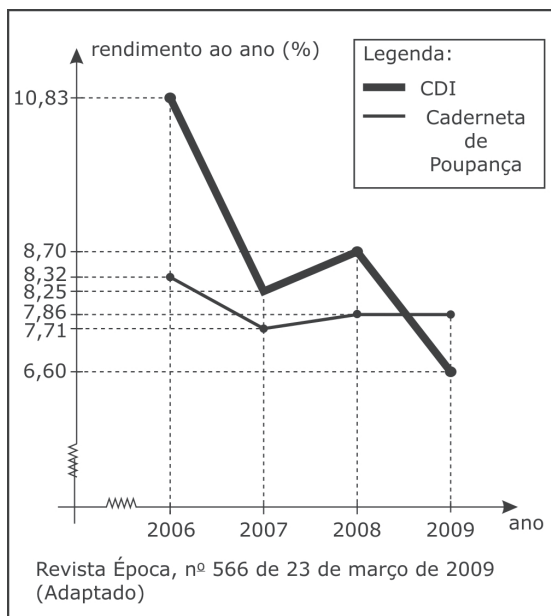
- a) Falsa
Pois $\widehat{SAR} = \widehat{CBQ} = 15^\circ$
b) Verdadeira
Pois $\widehat{BQD} + \widehat{ARB} = 135^\circ + 105^\circ = 240^\circ = 4(\widehat{AQD})$
c) Verdadeira
Pois $\widehat{DPC} + \widehat{ASD} = 105^\circ + 90^\circ = 195^\circ$ que é maior que $\widehat{BQC} = 150^\circ$
d) Verdadeira
Pois $\widehat{SRA} - \widehat{CPQ} = 75^\circ - 75^\circ = 0$

Resposta: opção a

16 - A Revista Época publicou uma reportagem em março de 2009 sobre as possíveis mudanças na Caderneta de Poupança no Brasil.

"...Antigo patinho feio das aplicações financeiras, a boa e velha Caderneta de Poupança voltou a despertar os olhares dos investidores ávidos por fazer o dinheiro render sem correr riscos."

O gráfico abaixo mostra o rendimento de dois fundos de aplicação, CDI e Caderneta de Poupança, no período entre 1º de janeiro a 31 de dezembro de cada ano.



Analise o gráfico acima e classifique as proposições que seguem em **(V)** verdadeiras ou **(F)** falsas.

- () Durante o ano de 2008, a Caderneta de Poupança teve rendimento percentual constante.
- () A aplicação no CDI foi sempre mais vantajosa em qualquer período entre janeiro de 2006 e dezembro de 2008
- () No primeiro semestre de 2008, houve um momento em que era indiferente aplicar no CDI ou na Caderneta de Poupança.

Tem-se a sequência correta em

- a) V - V - F
- b) V - F - V
- c) V - F - F
- d) F - V - F

RESOLUÇÃO:

1ª) (V)

2ª) (F)

3ª) (V)

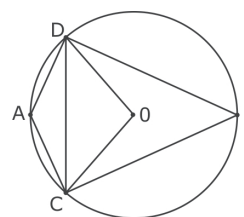
$$\frac{x}{1-x} = \frac{8,7-7,86}{7,86-6,60} = \frac{0,84}{1,26} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2 - 2x \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \cdot 12 \text{ meses} = \frac{24}{5} \text{ meses} = 4 \frac{4}{5} \text{ meses}$$

Resposta: opção b

17 - Durante as comemorações dos 60 anos da EPCAR, em virtude do louvável destaque que os alunos do CPCAR alcançaram em 2008 nas Olimpíadas de Matemática, serão produzidas placas para premiação dos melhores classificados.

Tais placas deverão conter o emblema abaixo cujas figuras geométricas serão contornadas por um fio de ouro de espessura uniforme.



Dados:

$$\widehat{AB} = 180^\circ$$

$$\overline{AO} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = 12 \text{ cm}$$

$$\widehat{COD} = 120^\circ$$

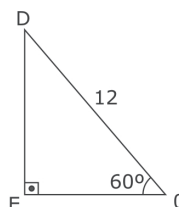
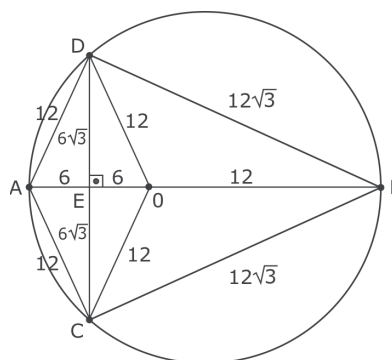
$$\pi = 3$$

$$\sqrt{3} = 1,7$$

Sabendo que 10 g de ouro custam R\$ 450,00 e produzem 10 cm desse fio, pode-se estimar que o valor, em reais, gasto com o ouro para a confecção de uma medalha estará entre os números

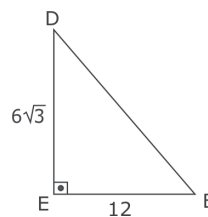
- a) 7 500 e 8 000
- b) 8 000 e 8 500
- c) 8 500 e 9 000
- d) 9 000 e 9 500

RESOLUÇÃO:



$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{DE}{12} \Rightarrow DE = 6\sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{EO}{12} \Rightarrow EO = EA = 6$$



$$\Rightarrow DB = 12\sqrt{3}$$

$$C = 2\pi r \Rightarrow C = 72 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 72 + 3 \cdot 2\sqrt{3} + 4 \cdot 12 = 181,2 \text{ cm}$$

10 g	R\$ 450,00	10 cm
x	y	181,2 cm

$$x = 181,2 \text{ e } y = 8154$$

Resposta: opção b

- 18 - Sobre os lados do triângulo equilátero ABC abaixo tomam-se os pontos D, E e F tais que $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$

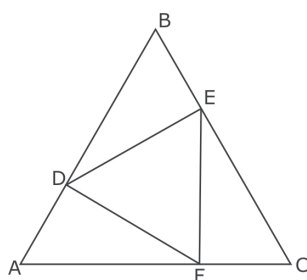


FIGURA (I)

Sobre os lados do triângulo DEF da figura (I), tomam-se os pontos G, H e I tais que $\overline{DG} = \overline{EH} = \overline{FI}$

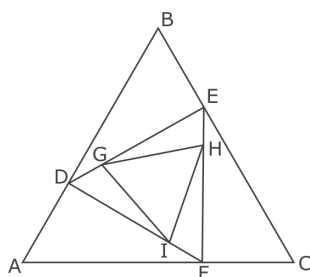


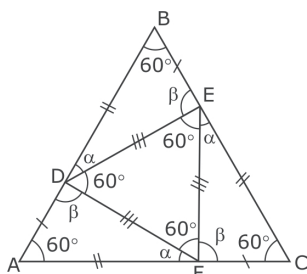
FIGURA (II)

Com base nas figuras (I) e (II), tem-se, necessariamente, que

- o triângulo GHI é isósceles.
- os triângulos DGI, GEH e HFI são retângulos.
- $\overline{IH} \parallel \overline{AB}$, $\overline{GH} \parallel \overline{AC}$ e $\overline{IG} \parallel \overline{BC}$
- $\widehat{GHE}$ é agudo.

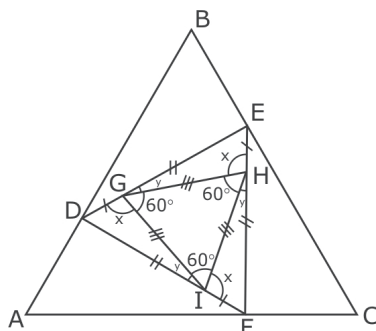
RESOLUÇÃO:

Na figura (I), temos:



Os triângulos FAD, DBE e ECF são semelhantes (congruentes) e $\alpha + \beta = 120^\circ$. Assim, o triângulo DEF é equilátero.

Na figura (II):



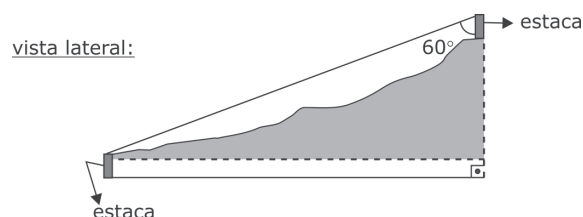
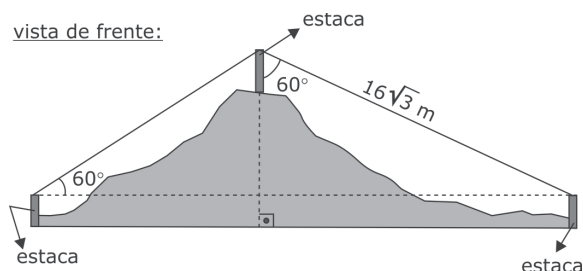
Os triângulos DGI, EHG e FIH são semelhantes (congruentes) e $x + y = 120^\circ$. Assim, o triângulo GHI é equilátero.

Analisando as alternativas, temos:

- Verdadeira. O triângulo GHI sendo equilátero, também é isósceles.
- Falsa. Como $x + y = 120^\circ$, não há necessidade de que x ou y seja reto.
- Falsa. $\overline{IH} \parallel \overline{AB} \Rightarrow x = 60^\circ$ e $y = 30^\circ$, que não são valores necessários.
- Falsa. Pois $0^\circ < \widehat{GHE} < 120^\circ$

Resposta: opção a

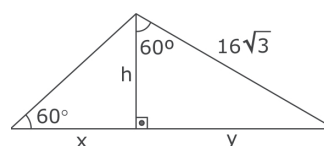
- 19 - Chama-se agrimensura a arte de medição de terras. O agrimensor é aquele que obtém as medidas de um terreno. Um fazendeiro comprou um terreno cuja base planificada tem a forma de um retângulo. A pedido do fazendeiro, o agrimensor desenhou a vista frontal e a vista lateral desse terreno indicando medidas precisas que ele obteve utilizando-se de estacas auxiliares de mesma medida.



Tomando-se como referência a forma planificada retangular do terreno cujo custo do metro quadrado foi de 120 reais para o fazendeiro, é correto afirmar que

- tem mais de 20 m de lateral.
- sua área total é de 336 m^2
- foi comprado pelo valor de 96210 reais.
- tem menos de 30 m de frente.

RESOLUÇÃO:



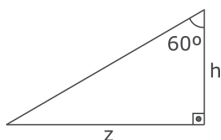
$$\sin 60^\circ = \frac{y}{16\sqrt{3}}$$

$$\boxed{y = 24 \text{ cm}}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{h}{16\sqrt{3}} \Rightarrow h = \boxed{8\sqrt{3} \text{ cm}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{x} \Rightarrow x = 8 \text{ cm}$$

$$\boxed{x + y = 32 \text{ m}}$$



$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{z}{h}$$

$$\sqrt{3} = \frac{z}{8\sqrt{3}}$$

$$z = 24 \text{ cm}$$

Resposta: opção a

20 - O símbolo para a "Cooperativa Agrícola Bequeana" é o desenho da figura abaixo.

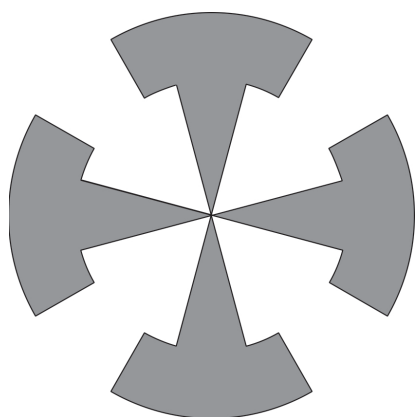


FIGURA (I)

Tal símbolo foi elaborado seguindo as indicações na figura a seguir.

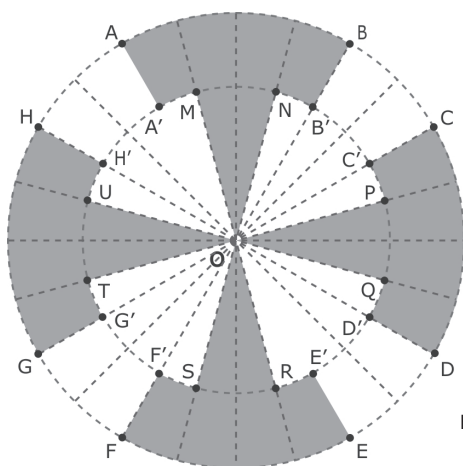


FIGURA (II)

Dados: $\overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC} \equiv \dots \equiv \overline{OH} = 20 \text{ cm}$

$\overline{OA'} \equiv \overline{OM} \equiv \overline{ON} \equiv \overline{OB'} \equiv \dots \equiv \overline{OU} \equiv \overline{OH'} = 15 \text{ cm}$

Na figura (II) o espaço entre duas linhas retas tracejadas e consecutivas, indica um ângulo central de 15°
A área hachurada da figura, em cm^2 , mede

a) $\frac{475\pi}{3}$

c) $\frac{435\pi}{2}$

b) $\frac{575\pi}{6}$

d) $\frac{575\pi}{3}$

$$\text{Área de 4 setores de } 60^\circ: \frac{\pi \cdot (20)^2}{6} \times 4 = \frac{800\pi}{3}$$

$$\text{Área de 6 setores de } 15^\circ: \frac{\pi \cdot (15)^2}{24} \times 8 = 75\pi$$

$$\text{Área total} = \frac{800\pi}{3} - 75\pi = \frac{575\pi}{3}$$

Resposta: opção d

RESOLUÇÃO: