

Parte I

Resolução da Prova do município de Itaboraí 2011



Banca CEPERJ

Itaboraí 2011

31) Sabe-se que em $\frac{3}{8}$ do total de escaninhos de um armário de uma escola estão guardados livros de matemática de professoras de primeiro segmento e, nos demais, livros de Ciências dos professores do 8º ano. Desse modo, o percentual de escaninhos onde estão guardados os livros de ciências dos professores do 8º ano é:

- a) 60,50%
- b) 60,75%
- c) 62,25%
- d) 62,5%
- e) 62,75%

$\frac{3}{8}$ *de matemática*

$\frac{5}{8}$ *de ciências*

$$\frac{5}{8} = 0,625 = 62,5\%$$

Itaboraí 2011

32) Um motociclista consegue cobrir certo percurso em 6 dias, viajando 8 horas por dia com a velocidade média de 70 km/h. Se quiser refazer esse percurso em 8 dias, viajando 7 horas por dia, deve manter a velocidade média de:

- a) 55 km/h
- b) 57 km/h
- c) 60 km/h
- d) 65 km/h
- e) 68 km/h

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad 70 = \frac{\Delta s}{48} \quad \Delta s = 3360$$

$$V_m = \frac{3360}{56} = 60 \text{ km/h}$$

Itaboraí 2011

33) Sobre os gráficos das funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = x^2 - 3x + 2$, é correto afirmar que se interceptam em:

- a) Um único ponto de abscissa positiva
- b) Um único ponto de abscissa negativa
- c) Dois pontos distintos com abscissas de sinais contrários
- d) Dois pontos distintos com abscissas de mesmo sinal
- e) Mais de dois pontos

$$x = x^2 - 3x + 2$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4.1.2 \Rightarrow \Delta = 16 - 8 \Rightarrow \Delta = 8$$

$$\frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} x' = 2 + \sqrt{2} \\ x'' = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Itaboraí 2011

34) Numa escola, foram construídas 6 novas salas de aula, sendo 2 para o quinto ano, 2 para o sexto ano e 2 para o sétimo ano. Pretende-se distribuir as salas para as referidas turmas. Sabe-se que:

As salas estão dispostas segundo o desenho abaixo. Cada uma das seis turmas citadas ocupa um sala. As turmas de sexto ano ocupam a sala 1 e 4, as do quinto ano ocupam as salas 2 e 5, e as do quarto ano ocupam as salas 3 e 6.

Sala 1	Sala 2	Sala 3
Sala 4	Sala 5	Sala 6

Baseando-se nas informações dadas, é correto afirmar que as seis turmas podem ser distribuídas, nas salas descritas de

- a) 90 maneiras diferentes
- b) 36 maneiras diferentes
- c) 20 maneiras diferentes
- d) 10 maneiras diferentes
- e) 8 maneiras diferentes

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ possibilidades}$$

Itaboraí 2011

35) Um vendedor ambulante compra uma caixa de bombons por R\$100,00 e vende pelo mesmo preço, depois de retirar 10 bombons e aumentar o preço da dezena em R\$5,00. Então, o número original de bombons na caixa era:

- a) 31
- b) 37
- c) 40
- d) 50
- e) 51

número de bombons = x

$$\frac{100}{x} + 0,5 = \frac{100}{x - 10} \quad \Rightarrow \quad 100(x - 10) + 0,5x(x - 10) = 100x \quad \Rightarrow \quad \cancel{100x} - 1000 + 0,5x^2 - 5x = \cancel{100x}$$

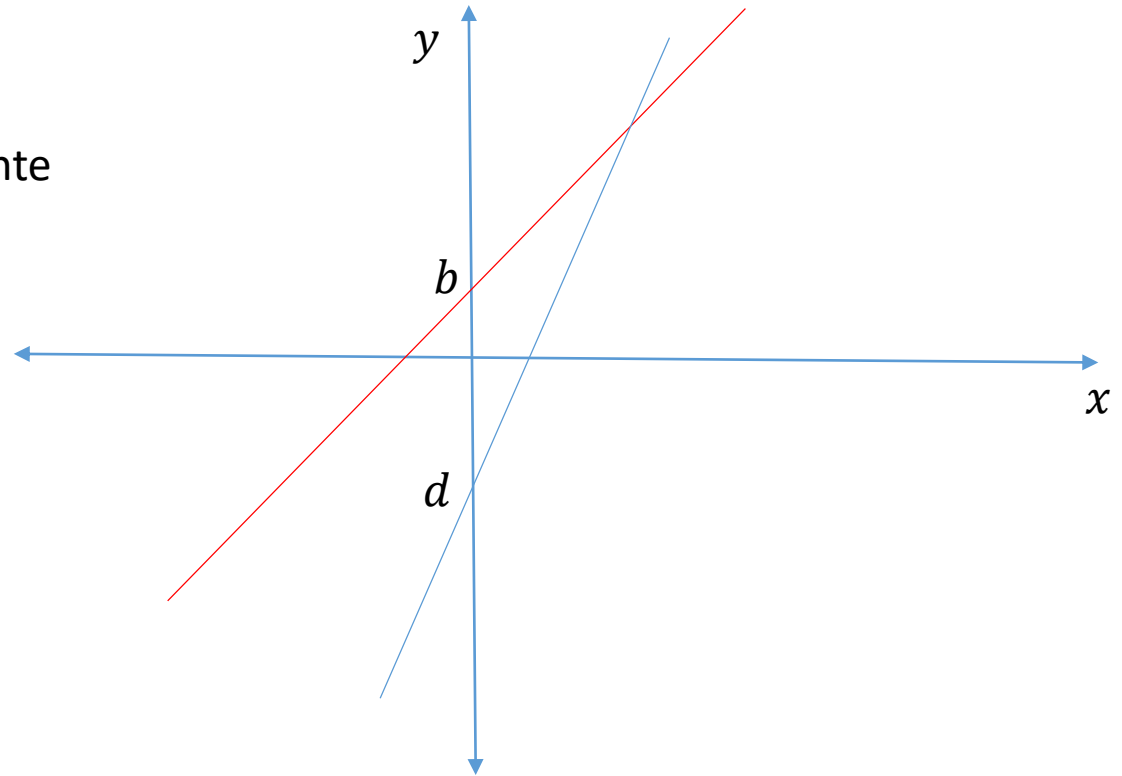
$$-10.000 + 5x^2 - 50x = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 10x - 2000 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x - 50)(x + 40) = 0$$

$$x' = 50 \quad x'' = -40$$

Itaboraí 2011

36) As equações de duas retas são $y = ax + b$ e $y = cx + d$. Sabendo – se que $c > a > 0$, $b > 0$ e $d < 0$, é correto afirmar que o ponto de interseção dessas retas :

- a) Pode estar no primeiro quadrante ou no segundo quadrante
- b) Está necessariamente no primeiro quadrante
- c) Está necessariamente no terceiro quadrante
- d) Está necessariamente no quarto quadrante
- e) Está necessariamente no segundo quadrante



Itaboraí 2011

37) Na biblioteca de uma escola há uma estante onde estão 10 livros didáticos, sendo seis de matemática, e o restante, de física. Três desses livros são selecionados aleatoriamente por um estudante. A probabilidade de serem escolhidos 3 livros da mesma matéria é:

- a) 35%
- b) 30%
- c) 25%
- d) 20%
- e) 15%

6 de matemática

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{120}{720}$$

4 de física

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{24}{720}$$

$$\frac{144}{720} = \frac{72}{360} = \frac{36}{180} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

Parte II

Resolução da Prova do município de Itaboraí 2011



Banca CEPERJ

Itaboraí 2011

39) Considere a expressão $\frac{x+15}{x+5}$, onde $x > 0$. O número máximo de valores inteiros de x que tornam a expressão dada também de um número inteiro é:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

$$\frac{x + 5 + 10}{x + 5} = \frac{x + 5}{x + 5} + \frac{10}{x + 5} = 1 + \frac{10}{x + 5}$$

$$x = 5$$

Logo, apenas um número inteiro, uma vez que, ele deve ser maior que zero.

Itaboraí 2011

41) O domínio da função $f(x) = \sqrt{-x + \sqrt{x+2}}$ é:

a) $[-2, 2]$

b) $[-1, 0]$

c) $[0, +\infty[$

d) $[-2, +\infty[$

e) $] -1, 0[$

$$\sqrt{-x + \sqrt{x+2}} \geq 0$$

$$-x + \sqrt{x+2} \geq 0$$

$$\sqrt{x+2} \geq x$$

$$x \geq 0$$

$$(\sqrt{x+2})^2 \geq x^2$$

$$x+2 \geq x^2$$

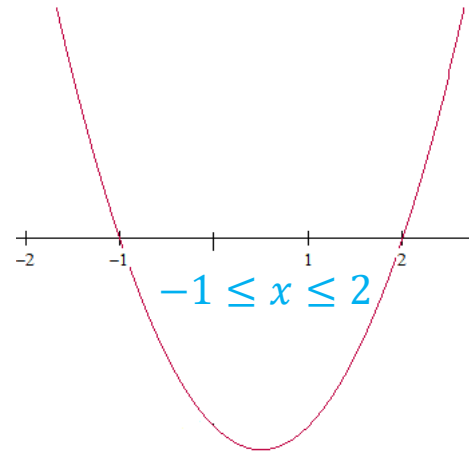
$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$x < 0$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x < 0$$

$$x \geq -2$$



$$-2 \leq x \leq 2$$

Itaboraí 2011

42) Sofia guardou 320 balas em várias caixas, de modo que a segunda caixa ficou com tantas balas quanto a primeira, a terceira caixa ficou com tantas balas quanto as duas anteriores juntas, a quarta caixa ficou com igual número de balas da soma das três caixas anteriores e assim por diante, até guardar todas as balas. O número de balas que Sofia guardou na primeira caixa e o número de caixas utilizadas por Sofia, sabendo-se que esse número de caixas é o maior possível, são respectivamente iguais a:

- a) 8 e 6
- b) 10 e 35
- c) 5 e 7
- d) 16 e 10
- e) 32 e 16

$$(x, x, 2x, 4x, 8x, \dots) = 7$$

$$S_n = \frac{a1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow 320 - x = \frac{x \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} \Rightarrow 320 - x = x \cdot (2^n - 1)$$

$$320 - \cancel{x} = x \cdot 2^n - \cancel{x} \Rightarrow \frac{320}{x} = 2^n \Rightarrow 64 = 2^n \Rightarrow 2^6 = 2^n \Rightarrow n = 6$$

$$x = 5$$

320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

Itaboraí 2011

43) Na tabela verdade abaixo, p e q são proposições.

p	q	?
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Dessa forma, é certo afirmar que a proposição composta que substitui corretamente o ponto de interrogação é:

a) $p \wedge q$

b) $p \rightarrow q$

c) $\sim(p \rightarrow q)$

d) $\sim(p \leftrightarrow q)$

e) $q \rightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$
V	F	F
V	V	V
F	V	V
F	F	V

p	q	$\sim(p \rightarrow q)$
V	F	V
V	V	F
F	V	F
F	F	F

Banca CEPERJ

Itaboraí 2011

44) Uma rede distribuidora é composta de 4 lojas instaladas numa mesma cidade. Na matriz M 4x7, cada elemento m_{ij} representa a quantidade de latras de certo tipo de lubrificante vendida na loja i no dia j da semana de 12 a 18 de março.

$$M = \begin{bmatrix} 75 & 83 & 79 & 91 & 84 & 79 & 113 \\ 128 & 114 & 123 & 109 & 114 & 123 & 142 \\ 170 & 122 & 121 & 111 & 123 & 132 & 133 \\ 127 & 134 & 132 & 148 & 176 & 153 & 133 \end{bmatrix}$$

Assim por exemplo, o elemento m_{13} representa as vendas da loja 1 no dia 14(terceiro dia da semana), e o elemento m_{47} , as vendas da loja 4 no dia 18(sétimo dia da semana). De acordo com essas informações, a quantidade total de latas de lubrificantes que esta rede distribuidora vendeu no dia 15/03 foi:

- a) 459
- b) 463
- c) 477
- d) 479
- e) 485

$$M = \begin{bmatrix} 75 & 83 & 79 & 91 & 84 & 79 & 113 \\ 128 & 114 & 123 & 109 & 114 & 123 & 142 \\ 170 & 122 & 121 & 111 & 123 & 132 & 133 \\ 127 & 134 & 132 & 148 & 176 & 153 & 133 \end{bmatrix}$$

$$91 + 109 + 111 + 148 = 459$$

Itaboraí 2011

45) A tabela abaixo mostra a distribuição de salários em uma amostra aleatória de 250 trabalhadores em determinado setor do mercado de trabalho.

Salários R\$	Número de pessoas
[300,500]	100
[500,800]	60
[800,1200]	50
[1200,1500]	40

Com base na tabela, é correto afirmar que a melhor estimativa da média aritmética dos salários, em reais é:

- a) 772,00
- b) 732,00
- c) 750,00
- d) 775,00
- e) 800,00

$$\frac{400.100 + 650.60 + 1000.50 + 1350.40}{250} = \frac{400.10 + 650.6 + 1000.5 + 1350.4}{25}$$

$$\frac{4000 + 3900 + 5000 + 5400}{25} = \frac{18300}{25} = 732$$

Parte III

Resolução da Prova do município de Itaboraí 2011



Banca CEPERJ

Itaboraí 2011

46) A quantia de R\$700,00 foi dividida em três parcelas. Sabe-se que essas três parcelas formam uma P.G e que a menor parcela assim distribuída é de R\$100,00. Dessa forma, o valor da maior parcela é:

- a) R\$200,00
- b) R\$300,00
- c) R\$400,00
- d) R\$500,00
- e) R\$350,00

$$(100, 100q, 100q^2)$$

$$100 + 100q + 100q^2 = 700$$

$$1 + q + q^2 = 7$$

$$q^2 + q - 6 = 0$$

$$(q + 3)(q - 2) = 0$$

$$q' = -3 \quad q'' = 2$$

$$100 \cdot 2^2 = 400$$

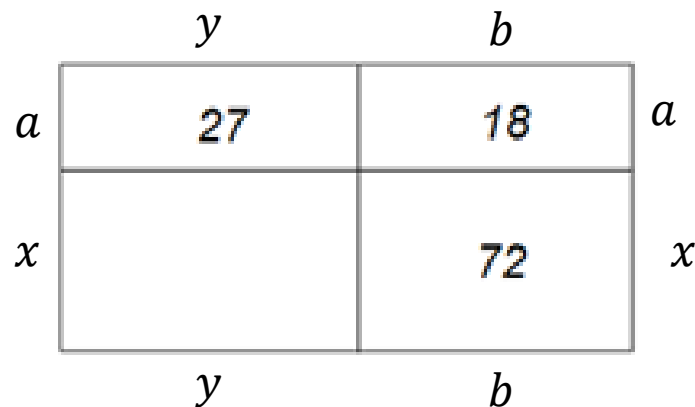
Itaboraí 2011

47) Um terreno retangular foi dividido em quatro terrenos, também retangulares. As áreas deles estão indicadas na figura abaixo em km^2 .

27	18
	72

O valor da área total do terreno que foi dividido é igual a

- a) 223 km^2
- b) 225 km^2
- c) 200 km^2
- d) 235 km^2
- e) 215 km^2



$$x \cdot b = 72$$

$$ab = 18$$

$$ay = 27$$

$$xy = ?$$

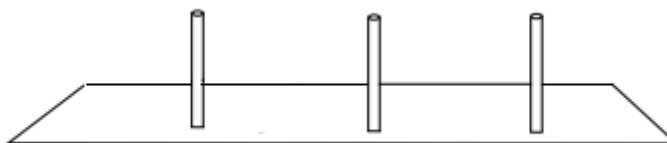
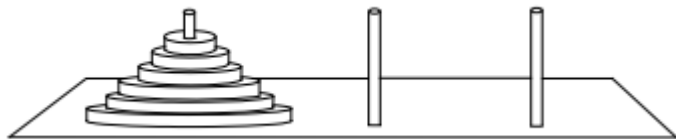
$$x = \frac{72}{b} \quad y = \frac{27}{a}$$

$$x \cdot y = \frac{72}{b} \cdot \frac{27}{a} = \frac{1944}{18} = 108$$

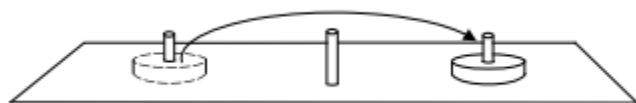
$$108 + 27 + 18 + 72 = 225$$

Itaboraí 2011

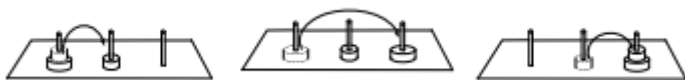
48) A torre de Hanói é um dos quebra-cabeças matemáticos mais populares. As peças discos de tamanhos diferentes e todos com um furo em seu centro e três pinos onde são colocados os discos. Inicialmente os discos formam uma torre onde todos são colocados em um dos pinos em ordem decrescente de tamanho.



Deve-se transferir toda a torre para um dos outros pinos de modo que cada movimento é feito somente com um disco, nunca havendo um disco maior sobre um disco menor. A dificuldade do jogo aumenta à medida que a quantidade de discos aumenta. Como exemplo, observe que, se a quantidade de discos for igual a 1, basta somente um movimento para transferir o disco de um pino para o outro.



Agora, se a quantidade de discos for igual a dois, é preciso fazer, no mínimo três movimentos. Observe



A quantidade mínima de movimentos para o caso de 4 discos é:

- a) 7
- b) 9
- c) 11
- d) 13
- e) 15

$$2^n - 1$$

1 disco 1 movimento

2 discos 3 movimentos

3 discos 7 movimentos

4 discos 15 movimentos

Banca CEPERJ

Itaboraí 2011

49) Considere a função $f(x) = \text{sen}^3 x \cdot \cos x - \cos^3 x \cdot \text{sen} x - \frac{1}{4}$.

O número de raízes dessa função no intervalo $[0, \pi]$, é:

a) 1 $\text{sen}^3 x \cdot \cos x - \cos^3 x \cdot \text{sen} x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \text{sen}^3 x \cdot \cos x - \cos^3 x \cdot \text{sen} x = \frac{1}{4} \Rightarrow 4\text{sen}^3 x \cdot \cos x - 4\cos^3 x \cdot \text{sen} x = 1$

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

$$\text{Sen}(x + x) = 2 \cdot \text{sen} x \cdot \cos x$$

$$4\cos^3 x \cdot \text{sen} x - 4\text{sen}^3 x \cdot \cos x = -1$$

$$\text{Sen}(2x + 2x) = 2 \cdot \text{sen} 2x \cdot \cos 2x \quad \text{cos} 2x = \cos(x + x) = \cos^2 x - \text{sen}^2 x$$

$$\text{sen} 4x = -1$$

$$\text{Sen} 4x = 2 \cdot (2 \cdot \text{sen} x \cdot \cos x) (\cos 2x)$$

$$4x = \frac{3\pi}{2} \quad 4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi$$

$$\text{Sen} 4x = 2 \cdot (2 \cdot \text{sen} x \cdot \cos x) (\cos^2 x - \text{sen}^2 x)$$

$$\text{Sen} 4x = 2(2\text{sen} x \cdot \cos^3 x - 2\text{sen}^3 x \cos x)$$

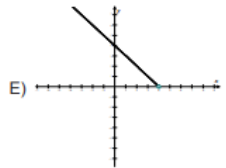
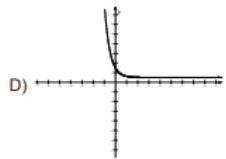
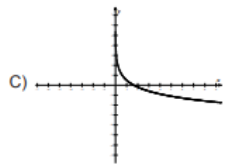
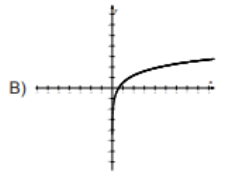
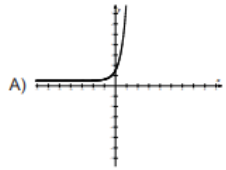
$$x = \frac{3\pi}{8} \quad x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Sen} 4x = 4\text{sen} x \cdot \cos^3 x - 4\text{sen}^3 x \cos x$$

Banca CEPERJ

Itaboraí 2011

50) O gráfico da função $f(x) = 8^{\log_8 4-x}$



$$\log_a b = x$$

$$\log_a b = \log_a b$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$f(x) = 4 - x$$

Banca CEPERJ